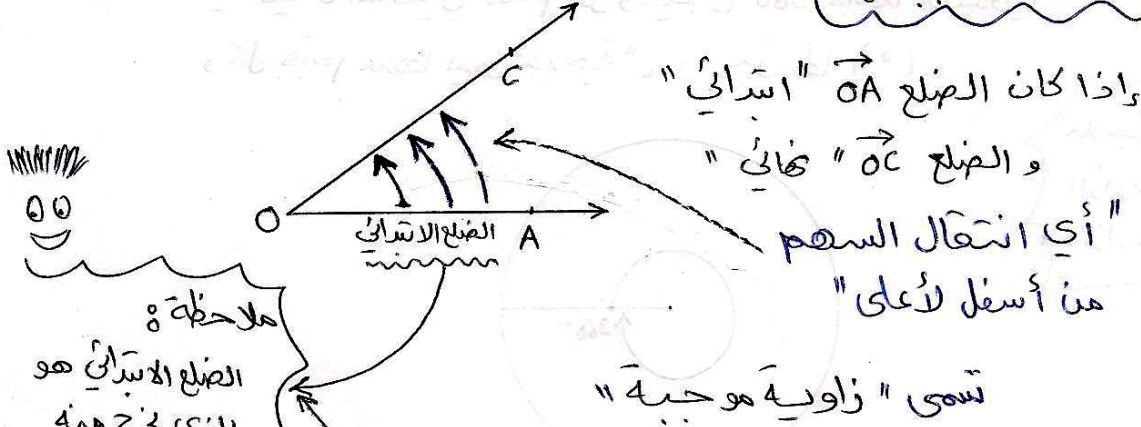


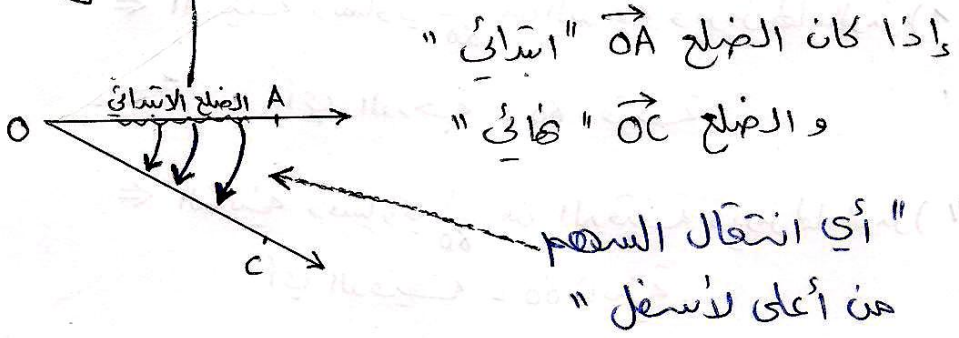
الدرس : الزاوية وقياسها

الزاوية : هي الحاد شعاعين لهما نقطة بداية واحدة تسمى « رأس الزاوية »
والشعاعان هما ضلعا الزاوية.

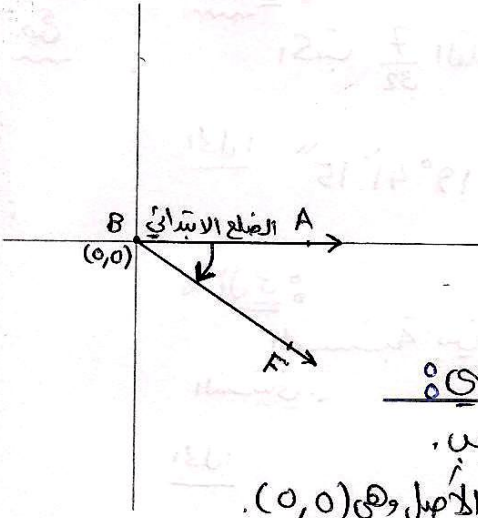
* الزاوية الموجبة :



* الزاوية السالبة :



* الزاوية في الوضع القياسي :



أي الزاوية التي يكون ضلعاها الابتدائي على محور السينات الموجب و رأسها نقطة الأصل.

راذن من شروط تحديد الزاوية في الوضع القياسي :

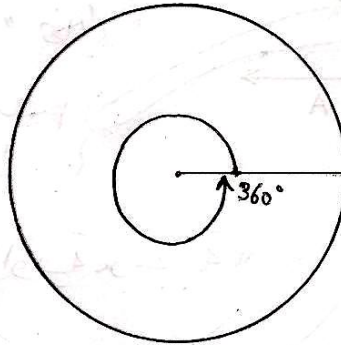
- 1 ضلعاها الابتدائي على محور السينات الموجب.
- 2 رأس الزاوية أن تكون منطبقة على نقطة الأصل وهي (0,0).

"وهي أنظمة مختلفة لقياس الزوايا"

القياس السيني :

في القياس السيني تقسم الزاوية إلى 360 قسمًا متساويًا
وكل قسم منها يسمى "درجة" ، ويرمز لها (°).

ملاحظة :
الزاوية القائمة = 90°
الزاوية المستقيمة = 180°



* أجزاء الدرجة :

← الدقيقة وتساوي $\frac{1}{60}$ من الدرجة ويرمز لها بالرمز (')

أي الدرجة = 60 دقيقة

← الثانية وتساوي $\frac{1}{60}$ من الدقيقة ويرمز لها بالرمز (")

أي الدقيقة = 60 ثانية

مثال 1 :

اكتب $\frac{7}{32}$ القائمة [ملاحظة القائمة أي مضروبة في 90°]

الحل : $\frac{7}{32} \times 90 = 19^\circ 41' 15''$

مثال 2 :

النسبة بين قياسات زوايا المثلث 6 : 13 : 5 أوجد قياس كل زاوية بالقياس السيني.

الحل :

$$6 + 13 + 5 = 24$$

$$\textcircled{1} \frac{6}{24} \times 180^\circ = 45^\circ$$

$$\textcircled{2} \frac{13}{24} \times 180^\circ = 97^\circ 30'$$

$$\textcircled{3} \frac{5}{24} \times 180^\circ = 37^\circ 30'$$

المقياس الزاوي (الراديان) :

← يتحدد على طول قوس الدائرة الذي تحصره الزاوية المركزية وعلى طول نصف القطر ويرمز له (R)

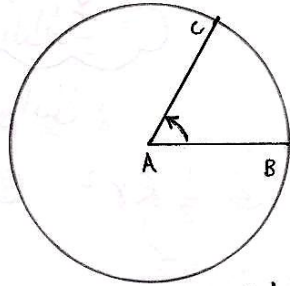
* المقياس الزاوي لزاوية مركزية في دائرة = $\frac{\text{طول القوس الذي تحصره الزاوية}}{\text{طول نصف القطر لهذه الدائرة}}$

$$\frac{l}{r} = R$$

* تعريف الزاوية النصف قطرية :

أي الزاوية التي يكون فيها

طول القوس = طول نصف قطر هذه الدائرة
وعندها المقياس الزاوي يساوي (1) راديان [1 rad]



$\widehat{CB} = \overline{AB}$
↓ ↓
طول القوس طول نصف القطر

وطالما أن :

طول نصف القطر يساوي طول القوس .

واذن مقياس الزاوي $\widehat{CAB} = 1 \text{ rad}$

ملاحظة :

$$\begin{aligned} 1 \text{ rad} &= 57^\circ 17' 45'' \\ &= 1 \times \frac{180}{\pi} \\ &= 57^\circ 17' 45'' \end{aligned}$$

* العلاقة بين المقياس السيني والمقياس الزاوي :

إذا أردنا قياس زاوية بالراديان فإننا سوف نضرب بـ $\left(\frac{\pi}{180}\right)$ ← أي المقياس الزاوي .

إذا أردنا قياس زاوية بالدرجات فإننا سوف نضرب بـ $\left(\frac{180}{\pi}\right)$ ← أي المقياس السيني .

ملاحظة :

$$\begin{aligned} 2\pi &= 360 \\ \downarrow & \quad \downarrow \\ \text{بالمقياس} & \quad \text{بالمقياس} \\ \text{الزاوي} & \quad \text{السيني} \\ \uparrow & \quad \uparrow \\ \pi &= 180 \end{aligned}$$

مثال (1) : زاوية قياسها 5 rad ، أوجد المقياس السيني لهذه الزاوية لأقرب درجة .

$$= 5 \times \frac{180}{\pi}$$

$$= 286^\circ 29'$$

الحل: نريد الزاوية بالدرجات "المقياس السيني"

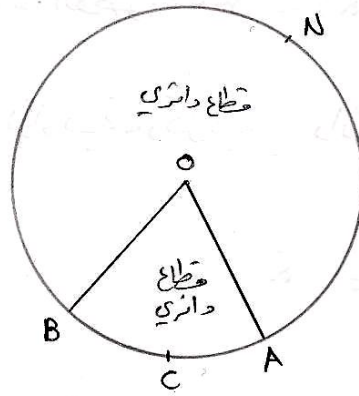
مثال (2) :

زاوية قياسها 75° أوجد المقياس الزاوي لها .

$$\text{الحل: نريد الزاوية بالراديان "المقياس الزاوي"} = 75 \times \frac{\pi}{180} = 1.31 \text{ rad}$$

الدرس : القطاع الدائري

" هو الجزء من سطح الدائرة محدود بنصف قطرين وقوس "



نصف القطرين

OA و OB

نقسم الدائرة إلى

قطاعين دائريين

① قطاع الأصغر

OACB وزاويته المركزية (R rad)

② قطاع الأكبر

OANB وزاويته المركزية (2π - R)

مساحة القطاع الدائري :

← له ثلاثة حواسين :

① $\frac{1}{2} l r$

② $\frac{1}{2} R r^2$

③ $\frac{R}{2\pi} \times \text{مساحة الدائرة}$

ملاحظة :

$$R = \frac{l}{r}$$

ومنها

$$l = R r$$

$$r = \frac{l}{R}$$

حيث R بالقياس
الدائري "الراديان"

l = طول القوس

r = طول نصف القطر

R = قياس الزاوية بالراديان

مثال ١١

قطاع دائري طول قوسه 13.6 وطول قطره دائرته 16، أوجد مساحته

$$r = \frac{16}{2} = 8$$

الحل :

$$= \frac{1}{2} l r$$

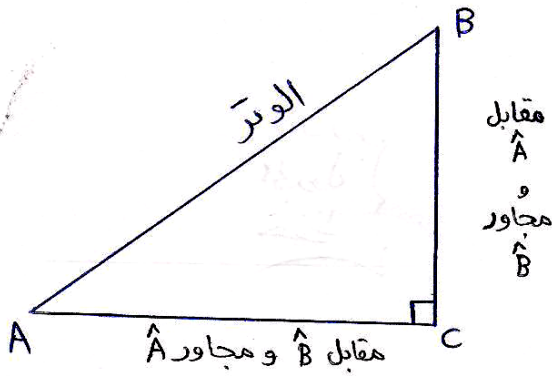
$$= \frac{1}{2} (13.6) (8)$$

$$= 54.4 \text{ وحدة مربعة}$$

ملاحظة :

$$\text{القطر} = 2 \times \text{نصف القطر}$$

الدرس : النسب المثلثية. [الجيب وجيب التمام]



[الشكل ٢]

الضلع $\overline{BC}$ في ΔACB :

⊖ مقابل للزاوية (A) .

⊖ مجاور للزاوية (B) .

الضلع $\overline{AC}$ في ΔACB :

⊖ مقابل للزاوية (B) .

⊖ مجاور للزاوية (A) .

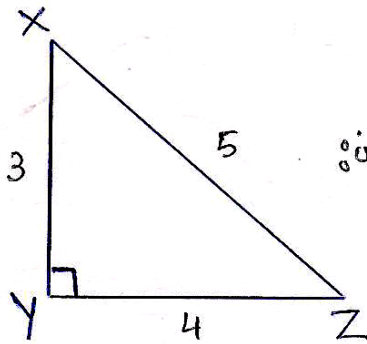
* من الشكل (P).

$$\sin(A) = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

$$\sin(A) = \frac{BC}{AB}$$

$$\cos(A) = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$

$$\cos(A) = \frac{AC}{AB}$$



مثال (١) : في ΔXYZ قائم الزاوية في Y ، أوجد كل من :

① $\sin(Z)$ ② $\cos(Z)$

③ $\sin(X)$ ④ $\cos(X)$

الحل :

$$① \sin(Z) = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{3}{5}$$

$$② \cos(Z) = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{4}{5}$$

$$③ \sin(X) = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{4}{5}$$

$$④ \cos(X) = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{3}{5}$$

إيجاد حساب النسب المثلثية من غير آلة حاسبة

ملاحظة

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

	30	45	60
Sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tan	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

الجداول
حفظ

مثال 4 ص 14

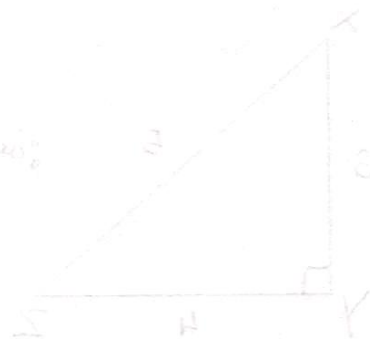
$$\cos(30^\circ) \times \sin(60^\circ) + \sin(30^\circ) \times \cos(60^\circ)$$

$$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \right)$$

$$= \frac{3}{4} + \frac{1}{4}$$

$$= \frac{4}{4} = 1$$

النتيجة



$$\frac{3}{5} = \frac{\sin(\angle X)}{1} \Rightarrow \sin(\angle X) = \frac{3}{5} \quad \text{①}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{\cos(\angle X)}{1} \Rightarrow \cos(\angle X) = \frac{4}{5} \quad \text{②}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{\tan(\angle X)}{1} \Rightarrow \tan(\angle X) = \frac{3}{4} \quad \text{③}$$

$$\frac{5}{3} = \frac{\sec(\angle X)}{1} \Rightarrow \sec(\angle X) = \frac{5}{3} \quad \text{④}$$

الدرس : مقلوبات الجيب وجيب التمام

ملاحظة:

مقلوب أي أنه
سوف نقلب

من

الأعلى إلى الأسفل
و الأسفل إلى الأعلى

عندما نقول مقلوب (25) $\frac{1}{25}$ هي عبارة عن

$\frac{25}{1}$ عنما نقلبه
يصبح $\frac{1}{25}$

مقلوب $x = \frac{1}{x}$

مقلوب 8 $\frac{1}{8}$

واذن مقلوب $\sin(A)$ $\frac{1}{\sin(A)}$

وتسمى $\frac{1}{\sin(A)}$ بقاطع الزاوية A ويرمز له بالرمز $\operatorname{cosec} A$

$$\frac{1}{\sin(A)} = \operatorname{cosec}(A)$$

ومنها

$$\operatorname{cosec}(A) \times \sin(A)$$

$$= \frac{1}{\sin(A)} \times \sin(A)$$

$$= 1$$

$$\textcircled{\#} \text{ و مقلوب } \cos(A) = \frac{1}{\cos(A)}$$

وتسمى $\frac{1}{\cos(A)}$ بقاطع الزاوية A ويرمز له بالرمز $\sec(A)$

$$\frac{1}{\cos(A)} = \sec(A)$$

ومنها

$$\sec(A) \times \cos(A)$$

$$= \frac{1}{\cos(A)} \times \cos(A)$$

$$= 1$$